Baumdiagramm und Pfadregeln

E-Kurs – entlang mal, nebeneinander plus

Klasse 9/10 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Fehlerbilder erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für alle Jugendlichen
Plus-Seite	S. 7	für alle Jugendlichen
Fehler-Detektiv	S. 8	für alle Jugendlichen
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Personen
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende können die Jugendlichen sagen …

- Ich zeichne ein Baumdiagramm mit zwei Stufen.
- Ich multipliziere entlang eines Pfades und addiere mehrere Pfade.
- Ich rechne ohne Zurücklegen mit dem, was noch im Beutel ist.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1. **Merken** – Merksatz mit Bild
2. **Zuschauen** – vorgerechnetes Beispiel
3. **Mitmachen** – Aufgaben mit Tipp
4. **Selbermachen** – Aufgaben ohne Hilfe
5. **Nachdenken** – erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Baumdiagramm und Pfadregeln: E-Kurs – entlang mal, nebeneinander plus

Ziel: Die Jugendlichen zeichnen zweistufige Baumdiagramme mit und ohne Zurücklegen. Sie multiplizieren entlang eines Pfades, addieren Pfade und rechnen „mindestens einmal“ über das Gegenereignis.

> **Lehrplan:** In NRW gilt für Baumdiagramm und Pfadregeln: An Realschulen nach unserer Lesart für alle, an Gesamt- und Hauptschulen Erweiterungskurs bzw. MSA – nach den alten Kernlehrplänen (Prüfungen 2026 und 2027) wie nach denen von 2022. Die Pfadregeln stehen nur in der MSA-Formelsammlung. Am Gymnasium: Klasse 7/8.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ohne Taschenrechner ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Aus dem Beutel ziehen, gezogenen Steckwürfel daneben legen, Häufigkeitsbaum mit 20 Durchgängen. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Jugendliche: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Lösungen prüfen, Fehler benennen, richtig rechnen.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Pfad laufen: Baumdiagramm mit Kreppband am Boden, an jedem Ast eine Karte mit der Wahrscheinlichkeit. Ein Jugendlicher läuft einen Pfad, sammelt die Karten und sagt an jeder Verzweigung „mal“. Für „oder“ zwei Pfade laufen und „plus“ sagen. Einzelnachhilfe: Baum auf dem Tisch mit dem Finger ablaufen.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Pfad und Wahrscheinlichkeit“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Selbermachen a–d, Fehler-Detektiv mit zwei Fällen mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Laplace-Wahrscheinlichkeit und Gegenereignis (Stunde 5)
- Brüche multiplizieren, addieren und kürzen
- Bruch, Dezimalzahl und Prozent ineinander umwandeln
- Spielwürfel, Münze und Glücksrad als Zufallsversuch

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere
- Stoffbeutel mit 5 Steckwürfeln: 3 rote, 2 blaue
- Kreppband, 6 Karten für den Baum am Boden: $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$
- ein Spielwürfel und eine Münze

Einstieg mit den Händen
Zeigen Sie den Beutel mit 3 roten und 2 blauen Steckwürfeln. Ein Jugendlicher zieht einen und legt ihn sichtbar neben den Beutel. Frage: „Was ist jetzt noch drin?“ Dann der zweite Zug. Gemeinsam 20 Durchgänge als Häufigkeitsbaum denken: Von 20 sind etwa 12 zuerst rot, davon die Hälfte auch beim zweiten Mal – 6 von 20. Erst jetzt die Brüche an die Äste: $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$.

So nutzen Sie die Stufen
Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Jugendliche überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Jugendliche, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen den Beutel mit Steckwürfeln und den Baum am Boden in die Hand. Stufe 5 machen alle – unsichere Jugendliche mündlich am Material.

Fehlerbilder erkennen und auffangen

Diese Fehler kennen wir aus der Förderpraxis; Häufigkeiten sind nicht belegt. Hintergrund: Das Malzeichen gehört zu den Verzweigungen, nicht nur zum Bild.

$$P(\text{rot, rot}) = \frac{3}{5} + \frac{2}{4} = 1{,}1$$

Entlang des Pfades addiert

Nachfragen: Kann eine Wahrscheinlichkeit 1,1 sein? Ist zweimal rot seltener als rot beim ersten Zug?

Impuls: Häufigkeitsbaum mit 20 Durchgängen; „mal“ in jeden Verzweigungspunkt schreiben.

$$P(\text{rot, rot}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

Ohne Zurücklegen: Nenner bleibt gleich

Nachfragen: Wie viele Steckwürfel sind nach dem ersten Zug noch im Beutel?

Impuls: Gezogenen Steckwürfel sichtbar neben den Beutel legen; vor dem zweiten Ast fragen: „Was ist noch drin?“

$$P(\text{genau einmal Kopf}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

Pfade multipliziert statt addiert

Nachfragen: Welche Pfade gehören zu „genau einmal Kopf“? Wird es mit zwei Pfaden seltener?

Impuls: Pfad laufen: an der Verzweigung „mal“, zwischen zwei Pfaden „plus“.

$$P(\text{mindestens eine Sechs}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

„Mindestens einmal“ als Summe der Äste

Nachfragen: Welcher Pfad wird hier doppelt gezählt? Was ist das Gegenteil von „mindestens einmal“?

Impuls: Erst P(keinmal) entlang des Pfades, dann 1 minus; Kontrolle mit allen drei Pfaden.

Wortspeicher

Stufe	ein Teil des Versuchs, z. B. der erste Zug
Pfad	Weg vom Start bis zu einem Ende, z. B. „rot, dann blau“
Produktregel	1. Pfadregel: entlang eines Pfades multiplizieren
Summenregel	2. Pfadregel: die Pfade eines Ereignisses addieren
ohne Zurücklegen	Der gezogene Steckwürfel bleibt draußen; im Beutel ist einer weniger.
Gegenereignis	„mindestens einmal“ ↔ „keinmal“; P = 1 – P(Gegenereignis)

Wenn es hakt

- Mit echten Steckwürfeln ziehen und den gezogenen Steckwürfel sichtbar neben den Beutel legen.
- Erst einen Häufigkeitsbaum mit 20 Durchgängen zeichnen, dann die Brüche an die Äste schreiben.
- Hakt die Bruchrechnung: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner, dann kürzen; Ergebnis nie größer als 1.

Aufwärm-Blitz



Brüche malnehmen: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

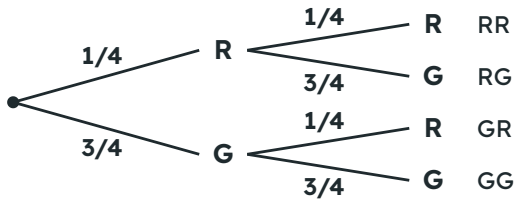
1 Spielwürfel: P(Sechs)?	**2** $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
3 $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$	**4** $\frac{3}{10} + \frac{1}{5}$
5 $1 - \frac{3}{8}$	**6** Beutel: 3 rote, 5 blaue Steckwürfel. P(rot)?
7 $0{,}4 \cdot 0{,}5$	**8** Münze: P(Kopf) in Prozent?

Baumdiagramm und Pfadregeln: E-Kurs – entlang mal, nebeneinander plus

Stufe 1 Merken

Entlang eines Pfades wird multipliziert. Gehören mehrere Pfade zum Ereignis, werden sie addiert.

- An jeder Verzweigung ergeben die Äste zusammen 1.
- Ohne Zurücklegen ändern sich in Stufe 2 Zähler und Nenner.
- „Mindestens einmal“: 1 minus P(keinmal).

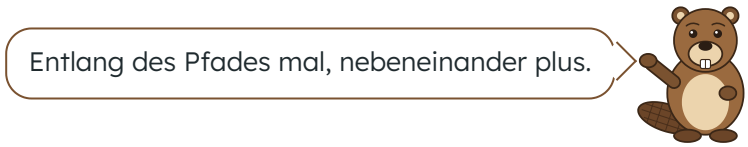


Glücksrad (R = rot, G = grün) zweimal: $P(RG) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

Mit den Händen

Beutel: 3 rote, 2 blaue Steckwürfel. Du ziehst einen roten und legst ihn weg.

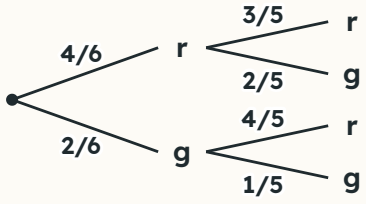
P(rot) jetzt? ☐



Stufe 2 Zuschauen

Ohne Zurücklegen: 4 rote, 2 gelbe Bonbons

1. Zug: 4 von 6 sind rot	$P(\text{rot}) = \frac{4}{6}$
2. Zug: noch 3 rote von 5	$P(\text{rot}) = \frac{3}{5}$
entlang des Pfades multiplizieren	$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$



Kontrolle: $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{6}$.

Spielwürfel zweimal: mindestens eine Sechs

Gegenereignis: keine Sechs	$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$
1 minus Gegenereignis	$1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$

Kontrolle mit drei Pfaden: $\frac{1}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$.