Pyramide, Kegel, Kugel

ein Drittel von Grundfläche mal Höhe

Klasse 9/10 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Fehlerbilder erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für alle Jugendlichen
Plus-Seite	S. 7	für alle Jugendlichen
Fehler-Detektiv	S. 8	für alle Jugendlichen
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Personen
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende können die Jugendlichen sagen …

- Ich berechne Pyramide und Kegel: ein Drittel von Grundfläche mal Höhe.
- Ich setze die Körperhöhe ein, nicht die Seitenhöhe.
- Ich schlage die Kugel in der Formelsammlung nach und setze richtig ein.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1. **Merken** — Merksatz mit Bild
2. **Zuschauen** — vorgerechnetes Beispiel
3. **Mitmachen** — Aufgaben mit Tipp
4. **Selbermachen** — Aufgaben ohne Hilfe
5. **Nachdenken** — erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Pyramide, Kegel, Kugel: ein Drittel von Grundfläche mal Höhe

Ziel: Die Jugendlichen berechnen Pyramide und Kegel als ein Drittel von G · h und die Kugel mit r^3. Sie schlagen Formeln in der Formelsammlung nach und unterscheiden Körperhöhe und Seitenhöhe.

> **Lehrplan:** In NRW gehören Pyramide, Kegel und Kugel mit Oberfläche und Volumen in allen Schulformen und Kursen zur ZP10, nach den alten Kernlehrplänen (Prüfungen 2026 und 2027) wie nach denen von 2022; die Formeln stehen in beiden Formelsammlungen. Für Teil 1 müssen Pyramide und Kegel sitzen (Kegelhöhe aus V und G dort als MSA markiert), die Kugel wird in Teil 2 nachgeschlagen. Körperhöhe aus Seitenhöhe: Plus-Seite.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ohne Taschenrechner ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Vermutung notieren, dann Reis aus der Pyramide in den Würfel schütten. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Jugendliche: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Lösungen prüfen, Fehler benennen, richtig rechnen.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Formel-Staffel: Körpermodelle liegen auf dem Tisch, Formelkarten im Raum. Zu jedem Körper die passende Karte holen und laut sagen: „Grundfläche mal Höhe“ oder „ein Drittel davon“. Einzelnachhilfe: Die Lehrkraft zeigt auf einen Körper.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Ein Drittel oder ganz?“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Selbermachen a–d, Fehler-Detektiv mit zwei Fällen mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Volumen von Prisma und Zylinder: G · h (Stunde 3)
- Fläche von Quadrat, Rechteck und Kreis (Stunde 2)
- Satz des Pythagoras (Stunde 1)
- Hochzahlen: r^2 und r^3

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere, Klebeband, Formelsammlung ZP10
- Karton (Maße im Einstieg): offene Pyramide und offener Würfel; Reis
- Orange, Zirkel; Dose, Waffeltüte; Formelkarten „G · h“, „ein Drittel von G · h“
- Taschenrechner mit π-Taste für (TR)

Einstieg mit den Händen

Bastelmaße: Pyramide aus einem Quadrat 6 cm × 6 cm und vier gleichschenkligen Dreiecken (Grundseite 6 cm, Höhe ≈ 6,7 cm), also 6 cm hoch; Würfel aus fünf Quadraten 6 cm × 6 cm. Beide haben gleiche Grundfläche und Höhe. Frage: „Wie oft passt die Pyramide in den Würfel?“ Die Jugendlichen notieren ihre Vermutung; viele sagen zuerst zweimal. Dann mit Reis füllen und umschütten: Erst nach drei Füllungen ist der Würfel voll. Jetzt den Merksatz „ein Drittel von G · h“ notieren, mit V = G · h (Stunde 3) vergleichen.

So nutzen Sie die Stufen

Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Jugendliche überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Jugendliche, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen Pyramide, Würfel und Reis in die Hand. Stufe 5 machen alle – unsichere Jugendliche mündlich am Material.

Fehlerbilder erkennen und auffangen

Belegt ist: Beim Faktor vermuten viele zuerst die Hälfte statt ein Drittel. Die übrigen Fehler kennen wir aus der Förderpraxis; Häufigkeiten sind nicht belegt.

$36 \cdot 4 : 2 = 72\ cm^3$	**Häufig vermutet: die Hälfte statt ein Drittel** **Nachfragen:** Wie oft passt die Pyramide in den Würfel? Probier es mit Reis aus. **Impuls:** Umschütten wiederholen; Merksatz „spitz heißt ein Drittel“ laut sagen lassen.
$r = 6$ cm: $V = 48\pi$ (mit 6^2)	**Kugel mit r^2 statt r^3 gerechnet** **Nachfragen:** Volumen heißt drei Richtungen. Wie oft muss r darin vorkommen? Und die Einheit? **Impuls:** Hochzahl und Einheit koppeln: r^3 zu cm^3, r^2 zu cm^2. Orange für die Oberfläche (4 Kreise).
$a = 10$, $s = 13$: $V = 100 \cdot 13 : 3$	**Seitenhöhe statt Körperhöhe eingesetzt** **Nachfragen:** Zeig mir die Höhe von der Spitze senkrecht auf die Grundfläche. Ist das die Strecke s? **Impuls:** Schaschlikspieß als Körperhöhe in die Papierpyramide, Faden auf der Seitenfläche als Seitenhöhe.
Kegel, $d = 6$ cm: $G = \pi \cdot 6^2$	**Durchmesser statt Radius eingesetzt** **Nachfragen:** Zeig mir den Radius in der Grundfläche. Wie oft passt er in den Durchmesser? **Impuls:** Erster Schritt wie beim Kreis: „r = …“ hinschreiben.

Wortspeicher

Pyramide, Kegel	Körper mit Grundfläche und Spitze; Volumen: ein Drittel von $G \cdot h$
Kugel	jeder Punkt der Oberfläche ist r vom Mittelpunkt entfernt; $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Körperhöhe h	senkrecht von der Spitze auf die Grundfläche; gehört ins Volumen; in der Formelsammlung h mit K
Seitenhöhe s, Mantellinie s	Höhe einer Seitenfläche bzw. Strecke von der Spitze zum Rand
Formelsammlung	nur in Teil 2: Körper suchen, Buchstaben zuordnen, einsetzen
(TR)	Taschenrechner erlaubt; ohne (TR) geht es im Kopf wie in Prüfungsteil 1

Wenn es hakt

- Umschütten wiederholen und den Satz „spitz heißt ein Drittel“ laut sagen lassen.
- Vor jeder Rechnung die Körperhöhe in der Skizze farbig nachziehen.
- Nachschlage-Routine üben: Körper erkennen, Seite suchen, Buchstaben zuordnen, einsetzen.

Aufwärm-Blitz



Pyramide und Kegel: Das Drittel brauchst du in Teil 1 ohne Formelsammlung.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

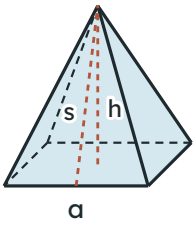
1 Prisma: G = 12 cm², h = 5 cm. Volumen?	**2** $\frac{1}{3}$ von 27
3 Quadrat mit 9 cm Seitenlänge: Fläche?	**4** 4^3
5 Kreis mit r = 3 cm: Fläche als Vielfaches von π?	**6** Zylinder: r = 2 cm, h = 5 cm. Volumen als Vielfaches von π?
7 Hypotenuse 15 cm, Kathete 9 cm: andere Kathete?	**8** 1500 cm³ = ? Liter

Pyramide, Kegel, Kugel: ein Drittel von Grundfläche mal Höhe

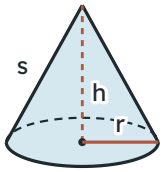
Stufe 1 Merken

Pyramide und Kegel: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$. Kugel: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

- Eine Pyramide passt dreimal in ein Prisma mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe.
- Ins Volumen gehört die Körperhöhe h: senkrecht von der Spitze auf die Grundfläche.
- Die Kugel steht in der Formelsammlung: nachschlagen, Buchstaben zuordnen, einsetzen.



h: Körperhöhe, s: Seitenhöhe



Kegel: $G = \pi \cdot r^2$

Mit den Händen

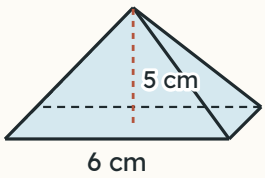
Schätze zuerst: Wie oft passt die Pyramide in den Würfel? Fülle sie dann mit Reis und schütte um. Wie oft passt sie wirklich? ☐



Stufe 2 Zuschauen

Quadratische Pyramide ohne TR: a = 6 cm, h = 5 cm

Grundfläche: Quadrat	$G = 6 \cdot 6 = 36\ cm^2$
Ein Drittel von G · h	$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 5$
36 : 3, dann mal 5	$V = 12 \cdot 5 = 60\ cm^3$



Kontrolle: Das Prisma mit gleicher Grundfläche und Höhe hat 180 cm³, dreimal so viel.

Kugel (TR): r = 4 cm

Formel nachschlagen	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Einsetzen: $r^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 64$
π-Taste, erst am Ende runden	$V \approx 268{,}1\ cm^3$

Kontrolle: Der Würfel um die Kugel (8 cm Kante) hat 512 cm³. Die Kugel füllt gut die Hälfte.