Satz des Pythagoras

erst den rechten Winkel suchen, dann rechnen

Klasse 9/10 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Fehlerbilder erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für alle Jugendlichen
Plus-Seite	S. 7	für alle Jugendlichen
Fehler-Detektiv	S. 8	für alle Jugendlichen
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Personen
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende können die Jugendlichen sagen …

- Ich finde die Hypotenuse: Sie liegt dem rechten Winkel gegenüber.
- Ich berechne eine fehlende Seite im rechtwinkligen Dreieck.
- Ich prüfe mein Ergebnis: Die Hypotenuse ist die längste Seite.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1. **Merken** — Merksatz mit Bild
2. **Zuschauen** — vorgerechnetes Beispiel
3. **Mitmachen** — Aufgaben mit Tipp
4. **Selbermachen** — Aufgaben ohne Hilfe
5. **Nachdenken** — erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Satz des Pythagoras: erst den rechten Winkel suchen, dann rechnen

Ziel: Die Jugendlichen finden im rechtwinkligen Dreieck die Hypotenuse und berechnen eine fehlende Seite. Sie addieren Quadrate, ziehen die Wurzel und prüfen ihr Ergebnis.

> **Lehrplan:** In NRW gehört der Satz des Pythagoras in allen Schulformen und Kursen zur ZP10 und steht in beiden Formelsammlungen (EESA und MSA), nach den alten Kernlehrplänen (Prüfungen 2026 und 2027) wie nach denen von 2022. Nur der Beweis ist an Gesamt- und Hauptschulen Erweiterungskurs. Das Prüfen, ob ein Dreieck rechtwinklig ist, ist in den Teil-1-Beispielen als MSA markiert; die Umkehrung steht deshalb auf der Plus-Seite.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ohne Taschenrechner ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Knotenschnur spannen, Karo-Quadrate anlegen, Satz in Worten notieren. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Jugendliche: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Lösungen prüfen, Fehler benennen, richtig rechnen.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Seilspanner: Zu dritt die Knotenschnur am Boden zum Dreieck 3-4-5 spannen und den rechten Winkel mit dem Geodreieck prüfen. Wer in der Ecke mit dem rechten Winkel steht, zeigt auf die Hypotenuse. Einzelnachhilfe: ein Stuhlbein als dritte Person.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Quadrate, die zusammenpassen“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Selbermachen a–d, Fehler-Detektiv mit zwei Fällen mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Quadratzahlen bis 20^2 und die Wurzeln daraus
- Flächeninhalt von Quadrat, Rechteck und Dreieck (Klasse 5–8)
- einfache Gleichungen umstellen (Band „Gleichungen“)
- auf eine Stelle nach dem Komma runden

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere
- Karopapier (5-mm-Kästchen) für Quadrate mit 3, 4 und 5 Kästchen Seitenlänge
- Knotenschnur: 1,30 m Schnur mit 13 Knoten im Abstand von 10 cm (oder Kreppband-Marken)
- Geodreieck; Taschenrechner für die Aufgaben mit (TR)

Einstieg mit den Händen

Spannen Sie mit den Jugendlichen die Knotenschnur zu einem Dreieck mit 3, 4 und 5 Abschnitten. Frage: „Was für ein Winkel entsteht?“ Mit dem Geodreieck prüfen: ein rechter Winkel. Dann legen die Jugendlichen Karo-Quadrate mit 3, 4 und 5 Kästchen Seitenlänge an die Seiten einer Skizze. Frage: „Wie viele Kästchen haben die zwei kleinen Quadrate zusammen?“ 9 + 16 = 25, genau das große Quadrat. Erst jetzt den Satz in Worten notieren.

So nutzen Sie die Stufen

Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Jugendliche überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Jugendliche, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen die Karo-Quadrate und die Knotenschnur in die Hand. Stufe 5 machen alle – unsichere Jugendliche mündlich am Material.

Fehlerbilder erkennen und auffangen

Diese Fehler kennen wir aus der Förderpraxis; Häufigkeiten sind nicht belegt. Hintergrund: Der Satz wird oft als Formel ohne Voraussetzung gelernt.

Hypotenuse 13, Kathete 5: $\sqrt{(13^2 + 5^2)} \approx 13{,}9$

Die Hypotenuse wird nicht erkannt

Nachfragen: Welche Seite liegt dem rechten Winkel gegenüber? Kann eine Kathete länger sein als die Hypotenuse?

Impuls: Rechten Winkel markieren, Hypotenuse nachziehen, Formel in Worten: „Hypotenuse² = … + …“.

Katheten 6 und 8, also Hypotenuse 14.

Längen statt Quadrate addiert

Nachfragen: Ist die lange Seite wirklich so lang wie beide Katheten zusammen?

Impuls: Karo-Quadrate an die Seiten legen: 36 + 64 = 100 Kästchen, also 10 cm.

$6^2 + 8^2 = 100$, also Hypotenuse 100.

Wurzel vergessen

Nachfragen: Du hast das Quadrat der Hypotenuse. Wie lang ist die Seite selbst?

Impuls: Zwei Zeilen fest einplanen: „c^2 = …“ und „$c = \sqrt{\ldots} = \ldots$“.

Schenkel 5, Basis 6: Höhe $= \sqrt{(5^2 + 6^2)}$

Kein rechter Winkel im Dreieck

Nachfragen: Wo ist der rechte Winkel? Zeig ihn mir in der Skizze.

Impuls: Erst die Höhe als Hilfslinie zeichnen, dann nur mit dem Teildreieck rechnen.

Wortspeicher

rechter Winkel	ein Winkel von 90°; in der Skizze mit einem Viertelkreis und Punkt markiert
Kathete	eine der beiden Seiten, die den rechten Winkel bilden
Hypotenuse	liegt dem rechten Winkel gegenüber; die längste Seite
Wurzel	$\sqrt{100} = 10$, denn $10 \cdot 10 = 100$
(TR)	Taschenrechner erlaubt; ohne (TR) geht es im Kopf wie in Prüfungsteil 1
Satzmuster	„Der rechte Winkel ist bei …, also ist … die Hypotenuse.“

Wenn es hakt

- Nur Dreiecke mit glatten Zahlen (3-4-5, 6-8-10) nehmen und jedes Mal die Karo-Quadrate anlegen.
- Vor jeder Rechnung fragen: „Wo ist der rechte Winkel?“ Die Hypotenuse farbig nachziehen.
- Hakt die Wurzel: Quadratzahlen-Liste bis 20^2 neben das Blatt legen.

Aufwärm-Blitz



Quadratzahlen bis 20^2 sparen dir in Teil 1 viel Zeit.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

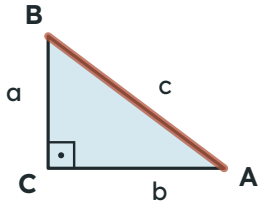
1 7^2	**2** $\sqrt{121}$
3 12^2	**4** $\sqrt{169}$
5 Fläche eines Quadrats mit 6 cm Seitenlänge	**6** Fläche eines Rechtecks: 5 cm lang, 8 cm breit
7 Dreieck: Grundseite 6 cm, Höhe 4 cm. Fläche?	**8** $\sqrt{(9 + 16)}$

Satz des Pythagoras: erst den rechten Winkel suchen, dann rechnen

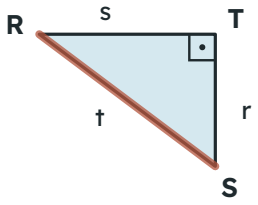
Stufe 1 Merken

Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, gilt: Kathete² + Kathete² = Hypotenuse².

- Die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber. Sie ist die längste Seite.
- Hypotenuse gesucht: Quadrate addieren, dann die Wurzel ziehen.
- Kathete gesucht: Quadrate subtrahieren, dann die Wurzel ziehen.



$a^2 + b^2 = c^2$



$r^2 + s^2 = t^2$: Hier heißt die Hypotenuse t.

Mit den Händen

Schneide aus Karopapier Quadrate mit 3, 4 und 5 Kästchen Seitenlänge aus. Leg sie an ein Dreieck mit den Seiten 3, 4 und 5. Wie viele Kästchen haben die zwei kleinen Quadrate zusammen? ☐

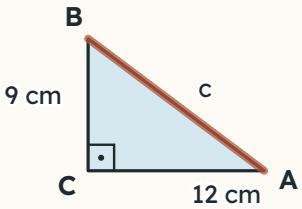
Erst den rechten Winkel suchen. Gegenüber liegt die Hypotenuse.



Stufe 2 Zuschauen

Hypotenuse gesucht: Katheten 9 cm und 12 cm

Satz in Worten aufschreiben	$c^2 = 9^2 + 12^2$
Quadrate ausrechnen und addieren	$c^2 = 81 + 144 = 225$
Wurzel ziehen	$c = \sqrt{225} = 15$ cm



Kontrolle: 15 cm ist länger als jede Kathete, aber kürzer als 9 cm + 12 cm.

Kathete gesucht (TR): Hypotenuse 7 m, Kathete 4 m

Die Hypotenuse steht allein	$4^2 + b^2 = 7^2$
Quadrat der Kathete abziehen	$b^2 = 49 - 16 = 33$
Wurzel ziehen, auf eine Stelle runden	$b = \sqrt{33} \approx 5{,}7$ m

Kontrolle: Die Kathete ist kürzer als die Hypotenuse 7 m.