Scheitelpunktform und p-q-Formel

E-Kurs – Wo wird die Klammer null?

Klasse 9/10 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Typische Fehler erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für alle Jugendlichen
Plus-Seite	S. 7	für alle Jugendlichen
Fehler-Detektiv	S. 8	für alle Jugendlichen
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Personen
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende können die Jugendlichen sagen …

- Ich lese an $y = a(x - d)^2 + e$ den Scheitel $S(d|e)$ ab.
- Ich stelle die Gleichung einer verschobenen Normalparabel auf.
- Ich löse $x^2 + px + q = 0$ mit der p-q-Formel und mache die Probe.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1. **Merken** – Merksatz mit Bild
2. **Zuschauen** – vorgerechnetes Beispiel
3. **Mitmachen** – Aufgaben mit Tipp
4. **Selbermachen** – Aufgaben ohne Hilfe
5. **Nachdenken** – erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Scheitelpunktform und p-q-Formel: E-Kurs – Wo wird die Klammer null?

Ziel: Die Jugendlichen lesen an $y = a(x - d)^2 + e$ den Scheitel S(d|e) ab, stellen Gleichungen verschobener Normalparabeln auf und lösen Gleichungen in Normalform mit der p-q-Formel.

> **Lehrplan:** In NRW sind Scheitelpunktform und p-q-Formel an Realschulen nach unserer Lesart Stoff für alle, an Gesamt- und Hauptschulen Erweiterungskurs bzw. MSA, nach den alten Kernlehrplänen (Prüfungen 2026 und 2027) wie nach denen von 2022 (ab 2028). Beides steht nur in der Formelsammlung MSA ($y = a \cdot (x - d)^2 + e$, S(d|e)). In Prüfungsteil 1 sind Parabel-Aufgaben nur MSA. Gymnasium: laut Beispiel-Lehrplan Klasse 9.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ohne Taschenrechner ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Schablone auf Karopapier verschieben, Gleichung finden und prüfen. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Jugendliche: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Lösungen prüfen, Fehler benennen, richtig lösen.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Scheitel suchen: Sie nennen eine Gleichung, etwa $y = (x + 2)^2 - 1$. Die Jugendlichen fragen laut „Wo wird die Klammer null?“ und stellen sich im Boden-Koordinatensystem auf den Scheitel. Dann nennen sie Ihnen eine Gleichung. Einzelnachhilfe: Schablone auf Karopapier.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Gleichung und Scheitel“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Selbermachen a–d und f, Fehler-Detektiv mit Jannik und Ole mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Normalparabel und $y = ax^2$ (Stunde 4)
- $x^2 = c$ mit zwei Lösungen (Stunde 5)
- binomische Formeln (Band „Terme“)
- Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere für die Memory-Karten
- Normalparabel-Schablone aus fester Pappe oder Folie (Einheit 1 cm, x von –3 bis 3), Karopapier mit Koordinatensystem von –6 bis 6
- Kreppband für ein Boden-Koordinatensystem; Taschenrechner, Formelsammlung MSA

Einstieg mit den Händen

Die Jugendlichen legen die Normalparabel-Schablone mit dem Scheitel auf (0|0) und zeichnen sie nach. Dann schieben sie sie 3 Kästchen nach rechts und 1 nach unten und zeichnen erneut. Frage: „Welche Gleichung passt?“ Viele vermuten $y = (x + 3)^2 - 1$. Prüfen Sie gemeinsam mit $x = 3$: $(3 + 3)^2 - 1 = 35$, nicht –1. Mit $(x - 3)^2$ wird die Klammer bei $x = 3$ null: $y = (x - 3)^2 - 1$. Probe: $0^2 - 1 = -1$.

So nutzen Sie die Stufen

Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Jugendliche überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Jugendliche, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen die Normalparabel-Schablone und Karopapier in die Hand. Stufe 5 machen alle – unsichere Jugendliche mündlich am Material.

Typische Fehler erkennen und auffangen

Typische Denkfehler dieser Stunde mit einer Diagnosefrage und einem Impuls. Fehler sind hier willkommen: Sie zeigen, wo die Jugendlichen gerade stehen.

$y = (x - 2)^2$: Scheitel bei $(-2\|0)$.	**Typisch: Verschiebung mit falschem Vorzeichen** **Nachfragen:** Für welches x wird die Klammer null? Setze x = 2 und x = −2 ein. **Impuls:** Keine Vorzeichenregel lernen. Immer fragen: „Wo wird die Klammer 0?“, dann einsetzen.
$S(3\|1)$: $y = x^2 + 3x + 1$.	**Scheitel falsch in die Gleichung gesetzt** **Nachfragen:** Setze x = 3 in deine Gleichung ein. Kommt 1 heraus? **Impuls:** Probe mit dem Scheitel und mit x = d + 1: Dort muss y = e + 1 sein.
$x^2 - 10x + 9 = 0$: p = 10.	**p-q-Formel: Vorzeichen von p falsch** **Nachfragen:** Welches Zeichen steht vor 10x? Gehört es zu p? **Impuls:** p und q mit Vorzeichen einkreisen: Das Minus gehört zur Zahl. Probe durch Einsetzen.
$2x^2 + 8x - 10 = 0$: p = 8.	**Normalform nicht hergestellt** **Nachfragen:** Steht vor x^2 eine 1? Was musst du vorher tun? **Impuls:** Erst durch die Zahl vor x^2 teilen, dann p und q ablesen.

Wortspeicher

Scheitelpunktform	$y = a(x - d)^2 + e$; der Scheitel ist S(d|e)
nach rechts / links verschoben	$y = (x - 2)^2$: 2 nach rechts; $y = (x + 2)^2$: 2 nach links
Normalform	$x^2 + px + q = 0$; vor x^2 steht eine 1
p-q-Formel	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$
Diskriminante	$(\frac{p}{2})^2 - q$: positiv zwei, null eine, negativ keine Lösung
TR	Taschenrechner; Aufgaben mit (TR) gehören zu Prüfungsteil 2

Wenn es hakt

- Nur mit der Schablone arbeiten: erst schieben, dann die Gleichung aufschreiben und mit dem Scheitel prüfen.
- Vor der p-q-Formel p und q mit Vorzeichen in eine kleine Tabelle schreiben.
- Hakt die Wurzel: erst $(\frac{p}{2})^2 - q$ allein ausrechnen, dann die Wurzel ziehen.

Aufwärm-Blitz



Im MSA hat Teil 1 auch Parabeln. Die linearen Aufgaben müssen trotzdem sitzen.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

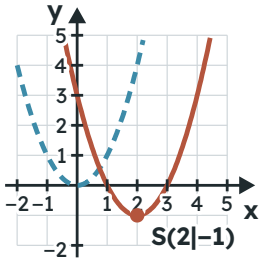
1 Abo: 9 € Anmeldung und 7 € pro Monat. Gleichung?	**2** (0|5) und (3|−1): y = ?
3 Liegt P(4|−3) auf $y = -0{,}5x - 1$?	**4** x: 0, 1, 2 und y: −6, −2, 2: y = ?
5 Löse: $x^2 = 36$	**6** Berechne $(-3)^2$.
7 $y = x^2 - 4$: Scheitel?	**8** Für welches x ist $x - 5 = 0$?

Scheitelpunktform und p-q-Formel: E-Kurs – Wo wird die Klammer null?

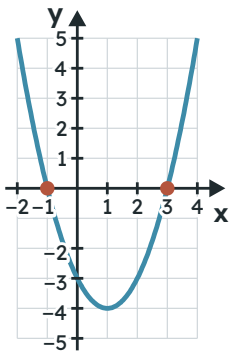
Stufe 1 Merken

Bei $y = a(x - d)^2 + e$ ist der Scheitel $S(d|e)$.

- d finden: Für welches x wird die Klammer 0? Bei $(x + 3)$ ist das $x = -3$.
- p-q-Formel nur für $x^2 + px + q = 0$: $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$.
- Steht vor x^2 keine 1? Erst durch diese Zahl teilen. p und q mit Vorzeichen ablesen.



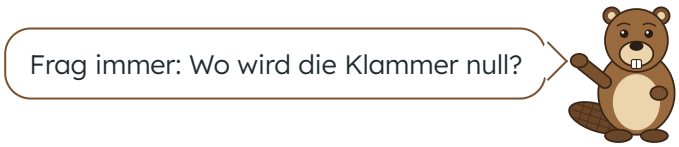
$y = (x - 2)^2 - 1$: 2 nach rechts, 1 nach unten



$x^2 - 2x - 3 = 0$: $x = 1 \pm 2$, also –1 und 3

Mit den Händen

Leg die Schablone mit dem Scheitel auf (0|0). Schieb sie 4 nach links und 1 nach unten. Wie heißt die Gleichung? _____



Stufe 2 Zuschauen

Gleichung zum Scheitel S(–3|1), Normalparabel

Die Klammer wird bei $x = -3$ null	$(x + 3)$
e = 1 kommt hinten dazu	$y = (x + 3)^2 + 1$
Probe mit $x = -3$	$0^2 + 1 = 1$

Zweite Probe: $x = -2$ ergibt $1^2 + 1 = 2$. Vom Scheitel 1 nach rechts und 1 nach oben, wie bei der Normalparabel.

p-q-Formel: $x^2 - 4x - 5 = 0$

p und q mit Vorzeichen	$p = -4; q = -5$
$-\frac{p}{2} = 2$. Unter die Wurzel: $(-2)^2 - (-5)$	$4 + 5 = 9$
$x = 2 \pm \sqrt{9} = 2 \pm 3$	$x_1 = -1; x_2 = 5$

Probe: $5^2 - 4 \cdot 5 - 5 = 0$ und $(-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 5 = 0$.