Quadratische Gleichungen

$x^2 = c$ hat für positive c zwei Lösungen

Klasse 9/10 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Fehlerbilder erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für alle Jugendlichen
Plus-Seite	S. 7	für alle Jugendlichen
Fehler-Detektiv	S. 8	für alle Jugendlichen
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Personen
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende können die Jugendlichen sagen …

- Ich löse $x^2 = c$ und gebe beide Lösungen an.
- Ich lese Nullstellen am Graphen ab.
- Ich erkläre, was eine Nullstelle in einer Sachaufgabe bedeutet.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1	2	3	4	5
Merken	**Zuschauen**	**Mitmachen**	**Selbermachen**	**Nachdenken**
Merksatz mit Bild	vorgerechnetes Beispiel	Aufgaben mit Tipp	Aufgaben ohne Hilfe	erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Quadratische Gleichungen: $x^2 = c$ hat für positive c zwei Lösungen

Ziel: Die Jugendlichen lösen Gleichungen wie $x^2 = c$ und $ax^2 + c = 0$ mit beiden Lösungen, lesen Nullstellen am Graphen ab und deuten sie im Sachkontext.

> **Lehrplan:** In NRW gehört das Lösen rein quadratischer Gleichungen ($x^2 = c$, $ax^2 + c = 0$) an der Gesamtschule zum Grundkurs- bzw. EESA-Niveau, nach den alten Kernlehrplänen (ZP 2026 und 2027) wie nach denen von 2022 (ab 2028); an Hauptschulen ist es vor 2028 nur MSA. Für die ZP 2026 und 2027 genügt im Grundkurs $y = ax^2$; Aufgaben mit + c bereiten auf die ZP ab 2028 bzw. auf MSA vor. p-q-Formel: Erweiterungskurs (Stunde 8). Teil 1: nur MSA.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ohne Taschenrechner ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Plättchen-Quadrat legen, Seite bestimmen, zweite Lösung auf der Boden-x-Achse suchen. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Jugendliche: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Lösungen prüfen, Fehler benennen, richtig lösen.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Spiegelpaar: Sie nennen eine Quadratzahl, etwa 36. Eine Person stellt sich auf der Boden-x-Achse auf eine Lösung. „Wer hat auch das Quadrat 36?“ Die zweite stellt sich auf die Gegenzahl. Einzelnachhilfe: zwei Spielfiguren auf Karopapier.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Parabel und Nullstellen“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Selbermachen a–d, Fehler-Detektiv mit zwei Fällen mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Quadratzahlen bis 15^2 und Wurzeln daraus im Kopf (Klasse 8)
- Gleichungen umformen: auf beiden Seiten dasselbe rechnen (Band „Gleichungen“)
- Parabeln $y = ax^2 + c$ lesen, Scheitelpunkt (Stunde 4)
- Nullstelle einer Geraden: $y = 0$ setzen (Stunde 1, Plus-Seite; sonst kurz zeigen)

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere für die Memory-Karten
- 50 Quadrat-Plättchen (z. B. 2 cm × 2 cm aus Karton) oder Kästchenpapier
- Kreppband (etwa 3 m) als Boden-x-Achse von –8 bis 8; zwei Spielfiguren; Taschenrechner für die Aufgaben mit (TR)

Einstieg mit den Händen

Die Jugendlichen legen aus 49 Plättchen ein Quadrat. Frage: „Wie lang ist eine Seite?“ 7, denn $7 \cdot 7 = 49$. Notieren: $x^2 = 49$. Frage: „Welche Zahl ergibt mit sich selbst malgenommen auch 49?“ Auf der Boden-x-Achse stellt sich eine Person auf 7, eine zweite sucht die andere Lösung: –7. Notieren: $x = 7$ oder $x = -7$. Gemeinsam festhalten: Das Plättchen-Quadrat zeigt nur die positive Lösung, die Gleichung hat zwei.

So nutzen Sie die Stufen

Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Jugendliche überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Jugendliche, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen die Quadrat-Plättchen und die Boden-x-Achse in die Hand. Stufe 5 machen alle – unsichere Jugendliche mündlich am Material.

Fehlerbilder erkennen und auffangen

Zwei dieser Fehler sind aus Prüfungskorrekturen belegt (Formel statt Hinsehen, Nullstelle als Höhe). Die beiden anderen kennen wir aus der Förderpraxis; Häufigkeiten fehlen.

> $x^2 = 25$, also $x = 5$.

Nur die positive Lösung

Nachfragen: Welche Zahl ergibt mit sich selbst malgenommen auch 25?

Impuls: Immer „x = … oder x = …“ schreiben und beide Lösungen einsetzen.

> $x^2 - 16 = 0$ geht nur mit Formel.

Lösungsformel statt Hinsehen

Nachfragen: Kommt ein x ohne Quadrat vor? Kannst du rückwärts rechnen?

Impuls: Erst die Form ansehen: nur x^2 und Zahl? Dann umstellen und Wurzel ziehen.

> Nullstelle bei 3, also 3 m hoch.

Nullstelle als Höhe gelesen

Nachfragen: Was zeigt die x-Achse, was die y-Achse? Wo ist der Strahl am höchsten?

Impuls: Gesuchten Punkt im Graphen markieren und benennen: Nullstellen = Start und Aufprall, Scheitel = höchster Punkt.

> $x^2 = -4$, also $x = 2$ oder $x = -2$.

Zwei Lösungen, obwohl es keine gibt

Nachfragen: Welche Zahl mal sich selbst ergibt eine negative Zahl?

Impuls: Probe mit beiden Zahlen; am Graphen zeigen: Die Parabel trifft $y = -4$ nicht.

Wortspeicher

quadratische Gleichung	eine Gleichung mit x^2, z. B. $x^2 = 36$ oder $2x^2 - 8 = 0$
Wurzel ziehen	$\sqrt{36} = 6$, denn $6 \cdot 6 = 36$; die Wurzel selbst ist nie negativ
zwei Lösungen	„x = 6 oder x = −6“, kurz: $x = \pm 6$
Nullstelle	Dort schneidet der Graph die x-Achse; dort ist y = 0.
TR	Taschenrechner; Aufgaben mit (TR) darfst du damit rechnen
Satzmuster	„Bei x = … ist y = 0. Das bedeutet: …“

Wenn es hakt

- Quadratzahlen-Liste bis 15^2 neben das Blatt legen und vor dem Lösen gemeinsam lesen.
- Bei jeder Lösung fragen: „Gibt es noch eine Zahl mit demselben Quadrat?“ Zwei Spielfiguren erinnern daran.
- Hakt das Umstellen: erst x^2 allein auf eine Seite bringen, dann die Wurzel ziehen.

Aufwärm-Blitz



Im Grundkurs ist Teil 1 linear. Ein paar Karten jede Stunde, dann sitzt es.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

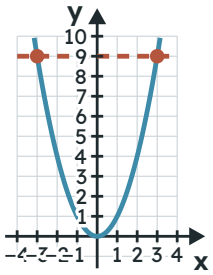
1 Streaming: 10 € Anmeldung, 5 € pro Monat. Kosten y nach x Monaten?	**2** x: 0, 1, 2 und y: −3, −1, 1: y = ?
3 (0|4) und (2|0): y = ?	**4** Liegt P(−2|7) auf $y = -3x + 1$?
5 $\sqrt{64}$	**6** Setze x = −2 ein: $3x^2 - 4$
7 Löse: 3x − 6 = 0	**8** $y = x^2 + 1$: Scheitelpunkt?

Quadratische Gleichungen: $x^2 = c$ hat für positive c zwei Lösungen

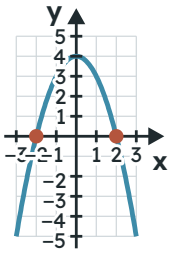
Stufe 1 Merken

$x^2 = c$ hat für positive c zwei Lösungen: $x = \sqrt{c}$ und $x = -\sqrt{c}$.

- Erst umstellen, bis x^2 allein steht. Dann Wurzel ziehen und beide Lösungen notieren.
- $x^2 = 0$ hat nur $x = 0$. $x^2 = -9$ hat keine Lösung, denn Quadrate sind nie negativ.
- Nullstellen: Dort schneidet der Graph die x-Achse. Rechnen heißt: $y = 0$ setzen.



$x^2 = 9$: $x = -3$ oder $x = 3$



$y = -x^2 + 4$: Nullstellen -2 und 2

Mit den Händen

Leg ein Quadrat aus 36 Plättchen. Welche Zahlen ergeben mit sich selbst malgenommen 36? ☐



Stufe 2 Zuschauen

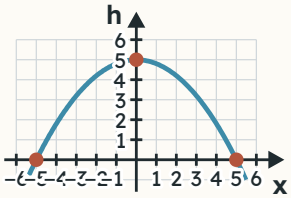
Rückwärts rechnen: $3x^2 - 48 = 0$

$\mid + 48$	$3x^2 = 48$
$\mid : 3$	$x^2 = 16$
Wurzel ziehen, beide Lösungen	$x = 4$ oder $x = -4$

Probe: $3 \cdot (-4)^2 - 48 = 48 - 48 = 0$. Auch die negative Lösung stimmt.

Nullstellen deuten: Wasserstrahl $h = -0{,}2x^2 + 5$

Start ($x = -5$) und Aufprall: $h = 0$	$-0{,}2x^2 + 5 = 0$
$\mid - 5$, dann $\mid : (-0{,}2)$	$x^2 = 25$
Wurzel ziehen, beide Lösungen	$x = 5$ oder $x = -5$



x und h in m. Der Strahl startet am Boden bei $x = -5$. Er trifft bei $x = 5$ auf: 10 m weiter. Am höchsten ist er am Scheitel: 5 m.