FÖRDERSTUNDE MATHE | TERME | STUNDE 6

Ausklammern und faktorisieren

das Rechteck rückwärts lesen

Klasse 8 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Fehlerbilder erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für jedes Kind
Plus-Seite	S. 7	für jedes Kind
Fehler-Detektiv	S. 8	für jedes Kind
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Kinder
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende kann das Kind …

- Ich finde den größten Faktor, der in jedem Glied steckt.
- Ich schreibe eine Summe als Produkt mit Klammer.
- Ich prüfe mein Ergebnis durch Ausmultiplizieren.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1. **Merken** – Merksatz mit Bild
2. **Zuschauen** – vorgerechnetes Beispiel
3. **Mitmachen** – Aufgaben mit Tipp
4. **Selbermachen** – Aufgaben ohne Hilfe
5. **Nachdenken** – erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Ausklammern und faktorisieren: das Rechteck rückwärts lesen

Ziel: Die Kinder klammern aus Summen wie 12x + 8 den größten gemeinsamen Faktor aus. Sie deuten das als Rechteck rückwärts und prüfen durch Ausmultiplizieren oder mit einer Zahl.

> **Lehrplan:** In NRW gehört das Ausklammern in allen Schulformen und Kursen zu den Termumformungen der Klassen 7 und 8 (Gymnasium: Klasse 7), ist also kein Vorgriff. Binomische Formeln rückwärts stehen nur auf der Plus-Seite: Sie sind an der Gesamtschule nur im Erweiterungskurs, an der Hauptschule nur für den Mittleren Schulabschluss verlangt.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Kacheln zu einem Rechteck mit gleichen Reihen legen und die Seiten ablesen. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Kinder: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Rechnungen durch Ausmultiplizieren prüfen, Fehler benennen, richtig ausklammern.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Faktor-Fangen: Die Karten 2, 3, 4, 5, 6 und x liegen am Boden. Sie nennen einen Term, etwa 4x + 10. Das Kind springt auf den größten gemeinsamen Faktor und sagt die Klammer. Einzelnachhilfe: Karten auf dem Tisch antippen.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Summe und Produkt“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Selbermachen a–d, Fehler-Detektiv mit zwei Fällen mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Klammern auflösen (Stunde 3)
- Größter gemeinsamer Teiler zweier Zahlen (Kürzen, Klasse 6)
- Rechteckmodell und Feldertabelle (Stunden 3 und 4)
- Binomische Formeln (Stunde 5, nur für die Plus-Seite)

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere und Karton für Karten
- Algebra-Kacheln aus Karton: 4 Quadrate x^2 (4,5 cm), 10 Streifen x (4,5 cm × 1,2 cm), 20 kleine Quadrate 1 (1,2 cm); Rückseite dunkel = negativ. Einmal anfertigen (ca. 30 min), gilt für den ganzen Band
- Ein Blatt mit einem vorgezeichneten rechten Winkel zum Anlegen der Kacheln
- Für die Bewegung: sechs Karten (A6) mit 2, 3, 4, 5, 6 und x

Einstieg mit den Händen

Geben Sie dem Kind 3 Streifen und 6 kleine Quadrate: 3x + 6. Auftrag: „Lege daraus ein Rechteck mit gleichen Reihen.“ Es geht eine lange Reihe oder drei Reihen aus je x + 2. Das Kind liest die Seiten ab: 3x + 6 = 3(x + 2). Die Seite mit den meisten Reihen zeigt den größten gemeinsamen Faktor. Dann mit einem Quadrat und 4 Streifen: $x^2 + 4x = x(x + 4)$. Probe durch Ausmultiplizieren.

So nutzen Sie die Stufen

Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Kinder überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Kinder, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen die Algebra-Kacheln in die Hand. Stufe 5 machen alle – schwächere Kinder mündlich am Material.

Fehlerbilder erkennen und auffangen

Diese Fehlerbilder kennen wir aus der Förderpraxis; Studien zu ihrer Häufigkeit liegen uns nicht vor. Belegt ist, dass Ausklammern die anspruchsvollste Termumformung des Bandes ist. Jedes Fehlerbild kommt mit einer Diagnosefrage und einem Impuls. Fehler sind willkommen: Sie zeigen, wo das Kind gerade steht.

$6x + 21 = 3(2x + 21)$

Nur aus einem Glied ausgeklammert

Nachfragen: Multipliziere dein Ergebnis wieder aus. Kommt $6x + 21$ heraus?

Impuls: Jedes Glied durch den Faktor teilen und in die Klammer schreiben. Kontrolle immer durch Ausmultiplizieren.

$4x + 4 = 4x$

Die 1 in der Klammer vergessen

Nachfragen: Wie viele Glieder hatte der Term vorher? Wie viele hat deine Klammer?

Impuls: 4 Streifen und 4 kleine Quadrate in 4 gleiche Reihen legen. Jede Reihe ist $x + 1$, also $4(x + 1)$.

$18x + 12 = 2(9x + 6)$ ist fertig.

Nicht vollständig ausgeklammert

Nachfragen: Haben die Zahlen in deiner Klammer noch einen gemeinsamen Teiler?

Impuls: Teiler-Check als letzter Schritt: In der Klammer bleibt kein gemeinsamer Teiler. Hier: $6(3x + 2)$.

$x^2 + 64 = (x + 8)^2$

Plus-Seite: Summe von Quadraten als Binom gelesen

Nachfragen: Multipliziere $(x + 8)^2$ aus. Fehlt dir ein Glied?

Impuls: Drei Fragen: Erstes Glied ein Quadrat? Letztes ein Quadrat? Mittelglied gleich $2 \cdot a \cdot b$? Erst dann rückwärts schreiben.

Wortspeicher

ausklammern	den gemeinsamen Faktor vor die Klammer schreiben: $7x + 14 = 7(x + 2)$
gemeinsamer Faktor	steckt in jedem Glied: in $6x$ und in 9 die 3
größter gemeinsamer Faktor	der größte davon; dann bleibt in der Klammer kein gemeinsamer Teiler
faktorisieren	eine Summe als Produkt schreiben
Probe durch Ausmultiplizieren	die Klammer wieder auflösen; der Term vom Anfang muss herauskommen
Satzmuster	„In jedem Glied steckt …“ „… geteilt durch … ist …“

Wenn es hakt

- Nur Zahlfaktoren und kleine Zahlen nehmen. Jeden Term erst mit Kacheln als Rechteck legen lassen.
- Vor dem Ausklammern jedes Glied als Produkt schreiben: $12x = 4 \cdot 3x$, $8 = 4 \cdot 2$.
- Nach jeder Aufgabe ausmultiplizieren. Kommt der Anfangsterm heraus, ist sie richtig.

Aufwärm-Blitz



Klammern auflösen kannst du schon. Heute geht es rückwärts.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

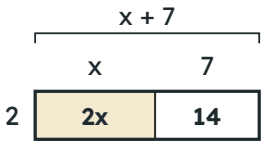
1 Löse die Klammer auf: $6(x + 5)$	**2** Löse die Klammer auf: $x(x + 2)$
3 Welche größte Zahl teilt 12 und 18?	**4** Rechne: $24x : 6$
5 Rechne aus: $(x + 1)(x + 4)$	**6** Rechne aus: $(x + 2)^2$
7 Setze $x = 2$ ein: $3(x + 4)$	**8** Fasse zusammen: $2x + 5 + 3x - 1$

Ausklammern und faktorisieren: das Rechteck rückwärts lesen

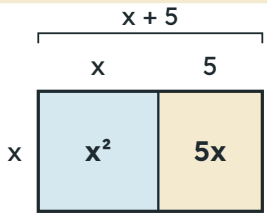
Stufe 1 Merken

Ausklammern ist Ausmultiplizieren rückwärts: Die Fläche ist bekannt, gesucht sind die Seiten des Rechtecks.

- Suche den größten Faktor, der in jedem Glied steckt. Er kommt vor die Klammer.
- Teile jedes Glied durch diesen Faktor. Ist ein Glied der Faktor selbst, bleibt eine 1.
- Probe durch Ausmultiplizieren: Der Term vom Anfang muss wieder herauskommen.



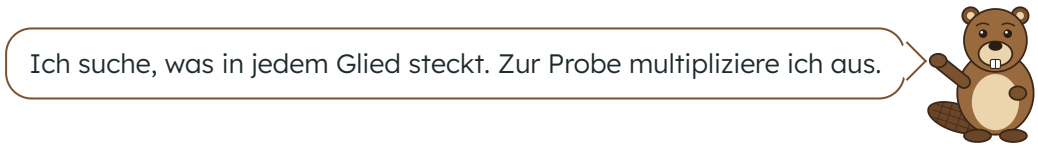
$2x + 14 = 2(x + 7)$



$x^2 + 5x = x(x + 5)$

Mit den Händen

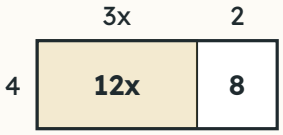
Lege 2 Streifen und 8 kleine Quadrate in gleiche Reihen. Schreib die Fläche mit Klammer. ☐



Stufe 2 Zuschauen

12x + 8 ausklammern

Größter Faktor in 12 und 8	4
Jedes Glied als 4 mal …	$12x = 4 \cdot 3x$; $8 = 4 \cdot 2$
Ergebnis	$4(3x + 2)$



Probe: $4 \cdot 3x + 4 \cdot 2 = 12x + 8$. Mit $x = 3$: $4 \cdot 11 = 44$ und $36 + 8 = 44$.

x² − 6x mit der Feldertabelle

Was steckt in jedem Glied?	x
Jedes Glied als x mal …	$x^2 = x \cdot x$; $-6x = x \cdot (-6)$
Ergebnis	$x(x - 6)$

·	x	−6
x	x^2	−6x

Felder mit Minus sind keine Flächen, die Tabelle hilft trotzdem. Probe mit $x = 3$: $9 - 18 = -9$ und $3 \cdot (-3) = -9$.