FÖRDERSTUNDE MATHE | TERME | STUNDE 5

Binomische Formeln

zwei Quadrate und zweimal dasselbe Rechteck

Klasse 8 · 45–60 min · Förderunterricht, Lernzeit, Nachhilfe

In dieser Stunde

		kopieren
Überblick und Ablauf	S. 2	nur für Sie
Typische Fehler erkennen	S. 3	nur für Sie
Aufwärm-Blitzkarten	S. 4	einmal je Gruppe, auf Karton
Arbeitsblatt in fünf Stufen	S. 5–6	für jedes Kind
Plus-Seite	S. 7	für jedes Kind
Fehler-Detektiv	S. 8	für jedes Kind
Abschluss-Spiel	S. 9	einmal je Gruppe, auf Karton
Exit-Tickets	S. 10	eine Seite für drei Kinder
Lösungen	S. 11–12	nur für Sie

Ablauf

Aufwärmen	**5–8′**
Hauptteil	**20–25′**
Fehler-Detektiv	**5–8′**
Bewegung	**2–3′**
Abschluss	**8–10′**



Am Ende kann das Kind …

- Ich zeichne zu $(x + 3)^2$ ein Quadrat mit vier Feldern.
- Ich finde das Mittelglied: zweimal das Produkt.
- Ich unterscheide die drei Formeln und prüfe mit einer Zahl.

Fünf Stützstufen im Arbeitsblatt

1. **Merken** — Merksatz mit Bild
2. **Zuschauen** — vorgerechnetes Beispiel
3. **Mitmachen** — Aufgaben mit Tipp
4. **Selbermachen** — Aufgaben ohne Hilfe
5. **Nachdenken** — erklären und begründen

Vorbereitung: etwa 15 Minuten (kopieren, 24 Karten schneiden). Für Nebenrechnungen: Heft oder Karopapier.

© Martin Schäpe

Binomische Formeln: zwei Quadrate und zweimal dasselbe Rechteck

Ziel: Die Kinder rechnen $(x + 7)^2$ am Quadrat mit vier Feldern aus und finden das Mittelglied als zwei gleiche Rechtecke. Mit der Feldertabelle rechnen sie $(a - b)^2$ und $(a + b)(a - b)$ und prüfen mit einer Zahl.

> **Lehrplan:** In NRW gehören die binomischen Formeln zu den Termumformungen der Klassen 7 und 8 (Gymnasium: Klasse 7). An der Gesamtschule sind sie nur im Erweiterungskurs und an der Hauptschule nur für den Mittleren Schulabschluss verlangt. Die Stunde setzt das Rechteck aus Stunde 4 fort und lässt sich deshalb auch im Grundkurs und an der Hauptschule als Vertiefung nutzen.

Phase	Zeit	Was passiert	Seite
Aufwärmen	**5–8 min**	Blitzkarten ziehen, laut lösen. Stapel „sicher“ und „noch üben“ bilden.	S. 4
Hauptteil	**20–25 min**	Schneide-Probe, dann das Quadrat $(x + 3)^2$ mit Kacheln legen. Danach Arbeitsblatt Stufe für Stufe. Sichere Kinder: Plus-Seite.	S. 5
Fehler-Detektiv	**5–8 min**	Vier Rechnungen prüfen, Fehler benennen, richtig rechnen.	S. 8
Bewegung	**2–3 min**	Wo sind die Rechtecke? Die Lehrkraft versteckt die zwei Rechtecke der Schneide-Probe. Das Kind legt die zwei Quadrate hin, sucht die fehlenden Rechtecke und legt das große Quadrat: „Zweimal das Rechteck ist das Mittelglied.“ Einzelnachhilfe: Verstecke rund um den Tisch.	–
Abschluss	**8–10 min**	Memory „Drei Formeln“, danach Exit-Ticket.	S. 9

Nur 45 Minuten? Nur Kachel-Quadrat, Selbermachen a–d, Fehler-Detektiv mündlich, Memory mit vier Paaren.

Vorwissen

- Summe mal Summe am Rechteck mit vier Feldern (Stunde 4)
- Feldertabelle bei Minus, Vorzeichenregeln (Stunde 4, Band „Rationale Zahlen“)
- Gleichartige Glieder zusammenfassen (Stunde 2)
- Quadratzahlen bis $10 \cdot 10$, Fläche eines Quadrats

Material

- Seiten dieser Stunde, einseitig kopiert; Schere und Karton für Karten
- Algebra-Kacheln aus Karton: 4 Quadrate x^2 (4,5 cm), 10 Streifen x (4,5 cm × 1,2 cm), 20 kleine Quadrate 1 (1,2 cm); Rückseite dunkel = negativ. Einmal anfertigen (ca. 30 min), gilt für den ganzen Band
- Karopapier, Schere: Quadrat 10 cm × 10 cm, Seiten bei 7 cm geteilt, von Ihnen vorgezeichnet (die Teile braucht auch die Bewegung)

Einstieg mit den Händen

Legen Sie das vorgezeichnete Quadrat hin (10 cm, beide Seiten bei 7 cm geteilt). Fragen Sie: „Reichen die Teile $7 \cdot 7$ und $3 \cdot 3$ für das ganze Quadrat?“ Das Kind schneidet die vier Teile aus: $49 + 9 = 58$, aber $10 \cdot 10 = 100$. Die fehlenden 42 cm² sind zwei gleiche Rechtecke $7 \cdot 3$. Es schreibt $(7 + 3)^2 = 49 + 21 + 21 + 9 = 100$.

So nutzen Sie die Stufen

Das Arbeitsblatt führt vom **Merken** über das **Zuschauen** (vorgerechnetes Beispiel) und **Mitmachen** (Aufgaben mit Tipp) zum **Selbermachen** und **Nachdenken**. Vorgerechnete Beispiele helfen vor allem Einsteigern; wer schon sicher ist, lernt mehr durch eigenes Lösen. Sichere Kinder überspringen deshalb Stufe 2 und gehen nach Stufe 4 zur Plus-Seite. Kinder, die hängen, bleiben bei Stufe 3 und bekommen die Algebra-Kacheln in die Hand. Stufe 5 machen alle – schwächere Kinder mündlich am Material.

Typische Fehler erkennen und auffangen

Belegt sind das fehlende Mittelglied und der nicht mitquadrierte Faktor (nur Plus). Das Mittelglied ohne 2 und die Vorzeichenfehler der zweiten Formel sind aus der Praxis bekannt und aus Stunde 4 und dem Band „Rationale Zahlen“ übertragen.

$(x + 4)^2 = x^2 + 16$

Das Mittelglied fehlt

Nachfragen: Setze x = 3 ein: Was ist 7^2? Was ist 9 + 16?

Impuls: Quadrat mit der Seite x + 4 zeichnen oder legen. Wo sind die zwei Rechtecke geblieben?

$(x + 6)^2 = x^2 + 6x + 36$

Mittelglied ohne die 2

Nachfragen: Wie viele Rechtecke der Größe x mal 6 hat das Quadrat?

Impuls: Beide Rechtecke farbig ausmalen und zählen. Satzmuster: „Das Mittelglied ist zweimal das Produkt.“

$(x - 7)^2 = x^2 - 14x - 49$

Zweite Formel: Vorzeichen falsch

Nachfragen: Was ist $(-7) \cdot (-7)$?

Impuls: Mit der Feldertabelle rechnen, −7 mit Zeichen an den Rand. Probe mit x = 7: links 0.

$(x - 11)^2 = x^2 - 121$

Zweite und dritte Formel verwechselt

Nachfragen: Steht da zweimal dieselbe Klammer oder einmal Plus, einmal Minus?

Impuls: (x − 11)(x − 11) als Feldertabelle: Die Streifen heben sich nicht auf. Probe mit x = 3.

$(3x + 1)^2 = 3x^2 + 6x + 1$

Faktor nicht mitquadriert (Plus)

Nachfragen: Was ist a in deiner Formel: x oder 3x?

Impuls: a und b vorher einkreisen und als Klammer schreiben: $(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2$.

Wortspeicher

binomische Formel	fertiges Ergebnis für $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ und $(a + b)(a - b)$
Quadrat einer Summe	$(a + b)^2$ heißt $(a + b) \cdot (a + b)$: Summe mal dieselbe Summe
Mittelglied	das Glied in der Mitte: zweimal das Produkt, also 2ab
Feldertabelle	Tabelle mit vier Feldern; sie trägt auch Glieder mit Minus
sich aufheben	zwei Glieder ergeben zusammen 0: $-3x + 3x = 0$
Satzmuster	„Das Mittelglied ist zweimal …“ „Bei Plus mal Minus heben sich … auf.“

Wenn es hakt

- Jedes Quadrat erst als Summe mal Summe schreiben und die vier Felder füllen wie in Stunde 4.
- Die zwei gleichen Rechtecke farbig ausmalen und zählen.
- Bei Minus: Feldertabelle mit Zeichen am Rand, danach Probe mit x = 3.

Aufwärm-Blitz



Zwei Klammern kannst du schon. Heute lernst du drei Abkürzungen dafür.

✂ Karten ausschneiden, mischen, verdeckt stapeln.

1 Rechne aus: $(x + 1)(x + 8)$	**2** Rechne: 8^2
3 Schreibe kürzer: $a \cdot a$	**4** $(-6) \cdot (-6)$
5 Schreibe kürzer: $2 \cdot x \cdot 5$	**6** Fasse zusammen: $4x + 4x$
7 Setze $x = 3$ ein: $x^2 + 1$	**8** Ein Quadrat hat die Seite 9 cm. Wie groß ist die Fläche?

Binomische Formeln: zwei Quadrate und zweimal dasselbe Rechteck

Stufe 1 Merken

Das Quadrat einer Summe hat vier Felder: zwei Quadrate und zweimal dasselbe Rechteck.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Das Mittelglied 2ab sind die zwei gleichen Rechtecke.
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ und $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Rechne mit der Feldertabelle.
- Prüfe mit einer Zahl, z. B. x = 3. Vorher und nachher muss dasselbe herauskommen.

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

·	a	−b
a	a^2	−ab
−b	−ab	b^2

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Mit den Händen

Lege mit Kacheln ein Quadrat mit der Seite x + 3. Zähle jede Sorte. Schreib den Term ohne Klammern. ____



Stufe 2 Zuschauen

$(x + 7)^2 = (x + 7)(x + 7)$

Jedes Feld: links mal oben	x^2; 7x; 7x; 49
Zwei gleiche Rechtecke	7x + 7x = 14x
Ergebnis	$x^2 + 14x + 49$

	x	7
x	x^2	7x
7	7x	49

Das Mittelglied 14x ist zweimal 7x. Probe mit x = 3: 10 · 10 = 100 und 9 + 42 + 49 = 100.

(x + 6)(x − 6) mit der Feldertabelle

Jedes Feld mit Zeichen	x^2; −6x; 6x; −36
Die Streifen heben sich auf	−6x + 6x = 0
Ergebnis	$x^2 - 36$

·	x	−6
x	x^2	−6x
6	6x	−36

Kein Mittelglied bleibt übrig. $x^2 - 36$ hat zwei Teile, das ist fertig. Probe mit x = 10: 16 · 4 = 64 und 100 − 36 = 64.